

Rationale vormen

Rationale vormen of gebroken lettervormen zijn “breuken met letters”. Met de rekenregels voor breuken en het ontbinden in factoren kunnen deze uitdrukkingen vereenvoudigd worden. De belangrijkste rekentechnieken worden overlopen a.d.h.v enkele voorbeelden.

Voorbeeld 1. Vereenvoudigen

(a) Ontbind eerst de teller en de noemer in factoren.

(b) Deel vervolgens de teller en noemer door hun gemeenschappelijke factoren.

$$1. \frac{a^2b}{5ab^3} = \frac{a}{5b^2}$$

$$\text{Uitwerking: } \frac{a^2b}{5ab^3} = \frac{\cancel{a^1}\cancel{b^1}}{5\cancel{a^1}\cancel{b^1}b^2} = \frac{a}{5b^2}$$

$$2. \frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{1}{a+b}$$

$$\text{Uitwerking: } \frac{a-b}{a^2-b^2} = \frac{a-b}{(a-b)(a+b)} = \frac{1}{a+b}$$

$$3. \frac{-x^3+x^2+2x-2}{x^2-1} = \frac{-x^2+2}{x+1}$$

$$\text{Uitwerking: } \frac{-x^3+x^2+2x-2}{x^2-1} = \frac{(x-1)(-x^2+2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-x^2+2}{x+1}$$

Voorbeeld 2. Optellen van twee rationale vormen

(a) Ontbind de noemers in factoren.

(b) Zet de breuken op gelijke noemer: dit is het kleinste gemeen veelvoud van de factoren in de noemers.

(c) Tel de tellers op en behoud de noemers. (De noemers blijven standaard ontbonden.)

(d) Vereenvoudig door gemeenschappelijke factoren te schrappen.

$$1. \frac{1}{a-b} + \frac{3}{b-a} = \frac{-2}{a-b}$$

$$\text{Uitwerking: } \frac{1}{a-b} + \frac{3}{b-a} = \frac{1}{a-b} + \frac{-3}{a-b} = \frac{1-3}{a-b} = \frac{-2}{a-b}$$

$$2. \frac{-1}{x^2+2x} + \frac{2}{x^2-4} = \frac{1}{x(x-2)}$$

Uitwerking:

Rationale vormen

$$\begin{aligned}
 \frac{-1}{x^2+2x} + \frac{2}{x^2-4} &= \frac{-1}{x(x+2)} + \frac{2}{(x-2)(x+2)} \\
 &= \frac{-1}{x(x+2)} + \frac{2}{(x-2)(x+2)} \\
 &= \frac{-1}{x(x+2)} + \frac{2x}{2x(x-2)(x+2)} \\
 &= \frac{-x+2+2x}{x(x-2)(x+2)} \\
 &= \frac{x+2}{x(x-2)(x+2)} \\
 &= \frac{1}{x(x-2)}
 \end{aligned}$$

Voorbeeld 3. Vermenigvuldigen van twee rationale vormen

(a) Vermenigvuldig de tellers met elkaar en de noemers met elkaar.

(b) Vergeet niet de uitkomst te vereenvoudigen.

$$1. \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-ab} \cdot \frac{3a^2}{2a+2b} = \frac{3a(a+b)}{2(a-b)}$$

$$\text{Uitwerking: } \frac{a^2+2ab+b^2}{a^2-ab} \cdot \frac{3a^2}{2a+2b} = \frac{(a^2+2ab+b^2) \cdot 3a^2}{(a^2-ab) \cdot (2a+2b)} = \frac{(a+b)^2 \cdot 3a^2}{a(a-b) \cdot 2(a+b)} = \frac{3a(a+b)}{2(a-b)}$$

Voorbeeld 4. Delen van twee rationale vormen.

(a) Maar gebruik van de rekenregel $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$. Dit mag enkel wanneer de teller en noemer allebei een breuk zijn.

$$1. \frac{a+3}{1+\frac{a}{a-1}} = \frac{(a+3)(a-1)}{2a-1}$$

$$\text{Uitwerking: } \frac{a+3}{1+\frac{a}{a-1}} = \frac{a+3}{\frac{a-1+a}{a-1}} = \frac{a+3}{\frac{2a-1}{a-1}} = (a+3) \cdot \frac{a-1}{2a-1} = \frac{(a+3)(a-1)}{2a-1}$$