

Ontbinden in factoren

Ontbinden in factoren is het omzetten van een som (van termen) in een product (van factoren). Er bestaan hiervoor verschillende methodes. We ontbinden altijd zo ver mogelijk.

Eigenschap 1. Afzonderen

Voor het rekenen met lettervormen geldt:

$$ac + ad = a(c + d)$$

$$4x + 4y = 4(x + y)$$

Distributiviteit toepassen in omgekeerde richting noemen we **afzonderen**.

Voorbeeld 1.

$$1. \quad 24x^3 - 15x^2 + 3 = 3(8x^2 - 5x + 1)$$

$$2. \quad 24x^3 - 15x^2 + x = x(24x^2 - 15x + 1)$$

$$3. \quad 24x^3 - 15x^2 + 3x = 3x(8x^2 - 5x + 1)$$

$$4. \quad 24x^3 - 15x^2 + 3x^4 = 3x^2(x^2 + 8x - 5)$$

Soms kan je door haakjes toe te voegen bij een deel van de termen een factor afzonderen. Dit speciale geval van afzonderen noemt men 'samennemen 2 aan 2'. Zoals volgend voorbeeld illustreert is het mogelijk dat hierna verder vereenvoudigd kan worden.

Voorbeeld 2. Samennemen 2 aan 2

$$\begin{aligned} 3x^3 - 6x^2 + x - 2 &= (3x^3 - 6x^2) + (x - 2) \\ &= 3x^2(x - 2) + (x - 2) \\ &= (x - 2)(3x^2 + 1) \end{aligned}$$

Merk op dat het ook mogelijk is om commutativiteit te gebruiken en de haakjes anders te plaatsen:

$$\begin{aligned} 3x^3 - 6x^2 + x - 2 &= (-6x^2 - 2) + (3x^2 + x) \\ &= -2(3x^2 + 1) + x(3x^2 + 1) \\ &= (3x^2 + 1)(x - 2) \end{aligned}$$

De distributiviteitseigenschap toepassen levert enkele interessante gelijkheden. Aangezien ze vaak voorkomen kregen ze een eigen naam: de merkwaardige producten.

Eigenschap 2. Merkwaardige producten

Voor het rekenen met lettervormen:

$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 && \text{(kwadraat van een som)} \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 && \text{(kwadraat van verschil via } (a + (-b))^2) \\ a^2 - b^2 &= (a + b)(a - b) && \text{(verschil van twee kwadraten)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 && \text{(derdemacht van een som)} \\ (a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 && \text{(derdemacht van een verschil)} \end{aligned}$$

Bewijs ➤ Bewijs

De eigenschappen volgen rechtstreeks uit de distributiviteitseigenschap en de definitie van machtsverheffing.

Ontbinden in factoren

- $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$
- $(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) = (a^3 + 2a^2b + ab^2) + (ba^2 + 2ab^2 + b^3) = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- $(a - b)^3 = (a - b)(a - b)^2 = (a - b)(a^2 - 2ab + b^2) = (a^3 - 2a^2b + ab^2) - (ba^2 + 2ab^2 - b^3) = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$



Onderstaande kennisclip werkt zonder overbodige attributen de merkwaardige producten uit. YouTube

link: <https://www.youtube.com/watch?v=jyQTed3gHDA>



Voorbeeld 3.

1. $4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x + 3y)^2$
2. $(3 - 2x)^2 = 9 - 12x + 4x^2$
3. $25x^2 - 3 = (5x - \sqrt{3})(5x + \sqrt{3})$
4. $t^3 - 6t^2 + 12t - 8 = (t - 2)^3$

Opmerking 1. Een merkwaardige visualisering

Het merkwaardige product $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ kan visueel worden voorgesteld.

GeoGebra link: <https://www.geogebra.org/m/yjajmaxb>