

Kwadratische vergelijkingen oplossen

Met deze pagina kan je het oplossen van tweedegraadsvergelijkingen in één onbekende met voorschrift $ax^2 + bx + c = 0$ inoefenen. Onder 'download' kan je de pdf met of zonder antwoorden downloaden.

Oefening 1. Bepaal de oplossingen van de vierkantsvergelijking $x^2 - 4x + 3 = 0$.

1. De discriminant is **positief✓**.

2. Deze vergelijking heeft **twee oplossingen✓** in de reële getallen.

3. Bepaal de wortels.

Uitwerking: In het algemeen wordt een tweedegraadsvergelijking in één onbekende gegeven door het voorschrift $ax^2 - bx + c = 0$. De tweedegraadsvergelijking $x^2 - 4x + 3 = 0$ heeft als coëfficiënten gelijk aan $a = 1, b = -4$ en $c = 3$. We zoeken de getalwaarden voor x waarvoor deze vergelijking gelijk is aan nul. Hiervoor kan de formule met discriminant gebruikt worden.

De discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ is gelijk aan $\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3$. De vierkanswortel wordt dan gegeven door $\sqrt{\Delta} = \sqrt{4} = 2$. Er zijn dus twee oplossingen omdat de discriminant positief is. Deze oplossingen worden gegeven door:

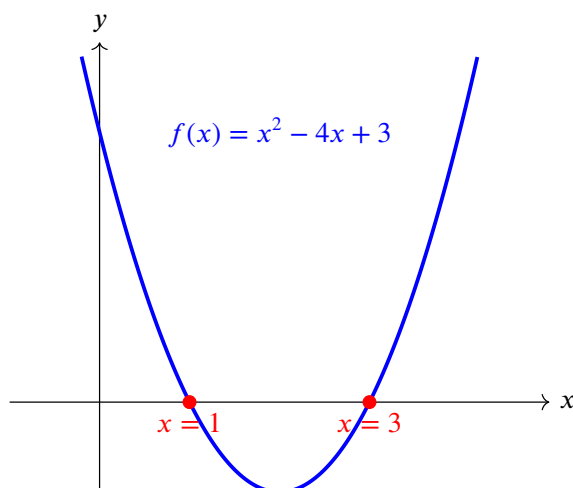
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ en } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Invullen levert:

$$x_1 = \frac{-(-4) + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = 3$$

$$x_2 = \frac{-(-4) - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = 1$$

Als je de vergelijking beschouwt als een functievoorschrift, zijn deze oplossingen de snijpunten van de parabool $f(x) = x^2 - 4x + 3$ met de x -as. Aangezien de discriminant positief is, zal de parabool de x -as 2 keer snijden.



Met de discriminantformule bereken je dus deze snijpunten met de x -as zonder grafiek van de functie.

Oefening 2. Bepaal de oplossingen van de vierkantsvergelijking $x^2 - 4x + 4 = 0$.

1. De discriminant is **nul✓**.

Kwadratische vergelijkingen oplossen

2. Deze vergelijking heeft één oplossing✓ in de reële getallen.

3. Bepaal de wortels.

Uitwerking: In het algemeen wordt een tweedegraadsvergelijking gegeven door het voorschrift $ax^2 - bx + c = 0$. Voor de vergelijking

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

hebben we:

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = 4.$$

Bereken de discriminant:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 16 - 16 = 0.$$

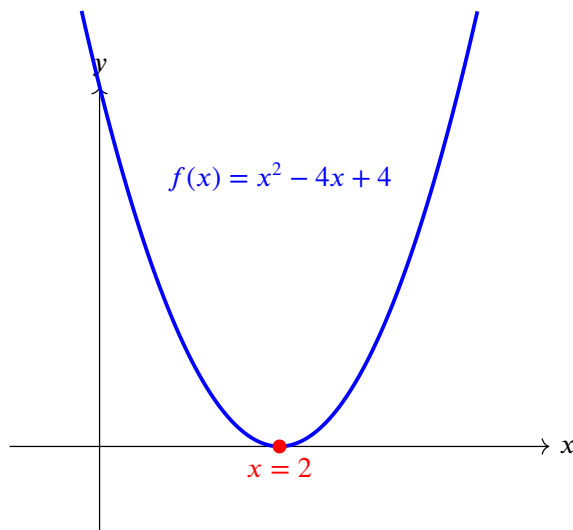
Aangezien $\Delta = 0$ is er één oplossing (dubbele wortel), gegeven door:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2.$$

Als functievoorschrift is

$$f(x) = x^2 - 4x + 4$$

een parabool die de x -as raakt in het punt $(2, 0)$.



Oefening 3. Bepaal de oplossingen van de vierkantsvergelijking $x^2 - 4x + 5 = 0$.

1. De discriminant is negatief✓.

2. Deze vergelijking heeft geen oplossingen✓ in de reële getallen.

Uitwerking: Voor de vergelijking $x^2 - 4x + 5 = 0$

hebben we:

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = 5.$$

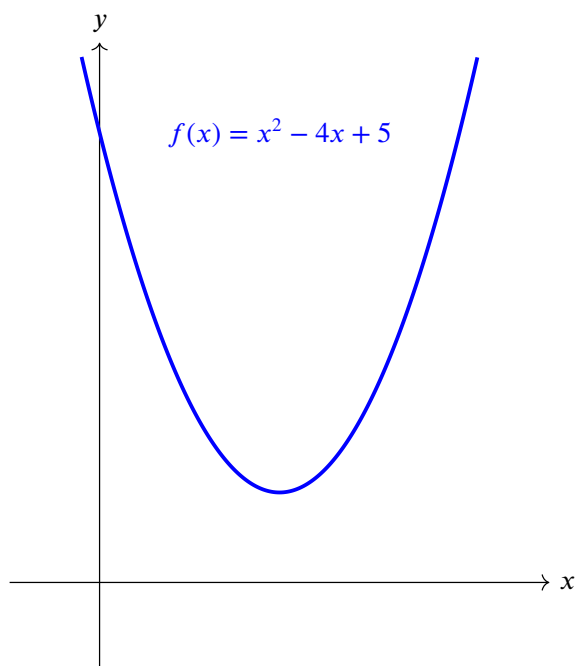
De discriminant wordt berekend als:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16 - 20 = -4.$$

Aangezien $\Delta < 0$ zijn er geen reële oplossingen.

De grafiek van de parabool ligt volledig boven de x -as. Er zijn geen snijpunten.

Kwadratische vergelijkingen oplossen



Oefening 4. Bepaal de oplossingen van volgende tweedegraadsvergelijkingen.

1. $x^2 - 4x + 3 = 0$ Er zijn twee reële oplossingen 1 en 3
2. $-2x^2 + 4x + 8 = 0$ Er zijn twee reële oplossingen -2 en 4
3. $2x^2 - 8x + 16 = 0$ De dubbele wortel is gelijk aan 2
4. $2x^2 + 5x + 2 = 0$ Er zijn twee reële oplossingen $-\frac{1}{2}$ en -2
5. $3x^2 - 6x + 3 = 0$ De dubbele wortel is gelijk aan 1

Oefening 5. Bepaal de oplossingen van volgende tweedegraadsvergelijkingen.

1. $x^2 + 4x + 5 = 0$ Er zijn geen oplossingen in de reële getallen.
2. $x^2 + 2x - 8 = 0$ Er zijn twee reële oplossingen -4 en 2
3. $4x^2 + 12x + 9 = 0$ De dubbele wortel is gelijk aan $-\frac{3}{2}$
4. $3x^2 + 6x + 3 = 0$ De dubbele wortel is gelijk aan -1
5. $-x^2 + 4x + 1 = 0$ Er zijn twee reële oplossingen $-\frac{1}{2}$ en 5