

Kwadratische vergelijkingen oplossen in de complexe getallen

Eigenschap 1.

Een (reële) tweedegraadsvergelijking van de vorm $ax^2 + bx + c$, met $a, b, c \in \mathbb{R}$ en $a \neq 0$ heeft altijd twee complex toegevoegde oplossingen, namelijk

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{en} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

die echter samenvallen als $b^2 - 4ac = 0$, en dan gelijk worden aan $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$.

Oefening 1.

1. De wortels van $x^2 + 4x + 5 = 0$ zijn $-2 + i$ en $-2 - i$
2. De wortels van $x^2 - 6x + 10 = 0$ zijn $3 + i$ en $3 - i$
3. De wortels van $-2x^2 + 4x + 8 = 0$ zijn -2 en 4
4. De wortels van $x^2 + 2x + 2 = 0$ zijn $-1 + i$ en $-1 - i$
5. De wortels van $3x^2 - 6x + 3 = 0$ zijn 1 (dubbele wortel)
6. De wortels van $3x^2 - 6x + 7 = 0$ zijn $1 + \frac{2i}{\sqrt{3}}$ en $1 - \frac{2i}{\sqrt{3}}$
7. De wortels van $5x^2 + 10x + 15 = 0$ zijn $-1 + i$ en $-1 - i$
8. De wortels van $4x^2 + 4x + 5 = 0$ zijn $-\frac{1}{2} + i$ en $-\frac{1}{2} - i$
9. De wortels van $x^2 - 8x + 20 = 0$ zijn $4 + 2i$ en $4 - 2i$
10. De wortels van $x^2 - 4x + 3 = 0$ zijn 1 en 3

Oefening 2.

1. De wortels van $2x^2 + 4x + 5 = 0$ zijn $-1 + i$ en $-1 - i$
2. De wortels van $2x^2 + 5x + 2 = 0$ zijn $-\frac{1}{2}$ en -2
3. De wortels van $2x^2 + 6x + 10 = 0$ zijn $-1.5 + i$ en $-1.5 - i$
4. De wortels van $3x^2 + 9x + 15 = 0$ zijn $-\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ en $-\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$
5. De wortels van $x^2 + 6x + 10 = 0$ zijn $-3 + i$ en $-3 - i$
6. De wortels van $x^2 + 2x - 8 = 0$ zijn -4 en 2
7. De wortels van $2x^2 - 4x + 6 = 0$ zijn $1 + i$ en $1 - i$
8. De wortels van $3x^2 + 12x + 20 = 0$ zijn $-2 + \frac{2i}{\sqrt{3}}$ en $-2 - \frac{2i}{\sqrt{3}}$
9. De wortels van $4x^2 + 8x + 18 = 0$ zijn $-1 + \frac{\sqrt{2}i}{2}$ en $-1 - \frac{\sqrt{2}i}{2}$
10. De wortels van $x^2 + 4x + 8 = 0$ zijn $-2 + i$ en $-2 - i$