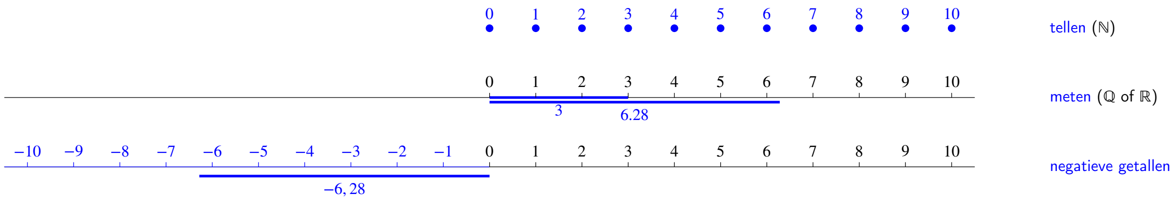
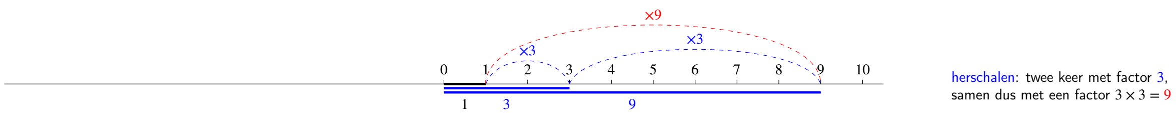
Intro: nieuwe getallen voor meetkunde

Het woord *getallen* is afgeleid van *tellen*, zoals bij één appel, twee appels, drie appels,.... Je kan met getallen echter ook *meten* in plaats van tellen, zoals bij één meter of twee meter, en dan kunnen ook kommagetallen zoals 1,5 meter of 3,14 meter voorkomen. En als je temperaturen wil meten heb je ook negatieve getallen als -10 of -272 nodig.

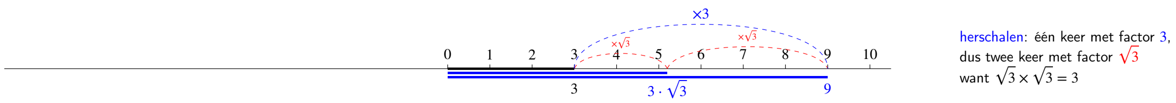


In dit hoofdstuk maak je kennis met een nieuw soort getallen. En met deze nieuwe getallen kan je nieuwe dingen doen, die onmogelijk zijn met de getallen die je al kent.

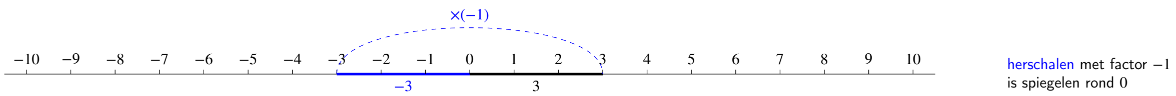
Bekijk het gebruik van getallen om te herschalen. Het getal 3 kan dienen om alles met een factor drie te vergroten. Door dat twee keer na elkaar te doen, wordt er vergroot met een factor $3 \times 3 = 9$.



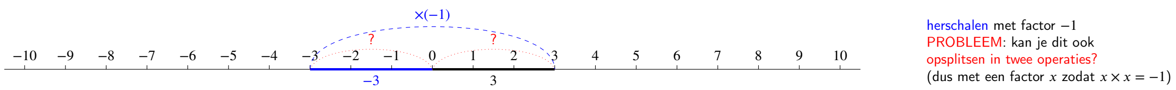
Maar wat als je *in twee stappen* met in totaal een factor 3 willen vergroten? Dan zoek je een getal x zodat $x \times x = 3$, en dergelijk getal is $\sqrt{3}$, de vierkantswortel van 3.



Vermenigvuldigen met -1 is spiegelen rond de oorsprong, als volgt:



Men kan zich afvragen of op één of andere manier ook het spiegelen van de getallenrechte kan worden opgesplitst in het herhalen van twee keer dezelfde operatie.

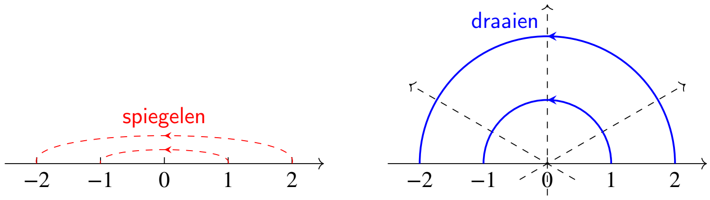


Om even over na te denken ...

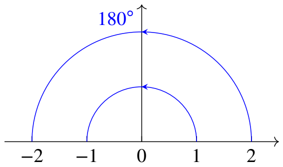
Denk je dat het mogelijk is om een operatie op de getallenas te vinden zodat deze operatie twee keer na elkaar uitvoeren de getallenas spiegelt rond te oorsprong?

De eenvoudige, maar toch ook geniale oplossing oplossing staat op de volgende bladzijde. Maar je wil die eigenlijk toch graag zelf vinden.

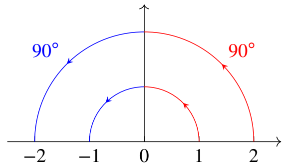
De methode om 'in twee keer' te spiegelen bestaat uit twee delen: ten eerste om het probleem tweedimensionaal te bekijken, waardoor de oplossing voor het grijpen ligt.



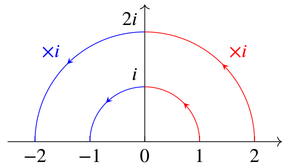
Inderdaad, je kan de getallenrechte spiegelen door je blad 180° te draaien. Nu is het natuurlijk ook makkelijk een manier te vinden om dat in twee keer te doen: je draait twee keer een kwartslag!



draaien over 180°



twee keer draaien over 90°



twee keer vermenigvuldigen met i

Er is nu dus een nieuw getal i, dat zodanig is dat vermenigvuldigen met i niet betekent 'herschalen' maar 'draaien over een rechte hoek'. Het product van het reële getal 1 met i krijg je door het getal 1 over een hoek van $90°$ in tegenwijzerzin te draaien, en het nieuwe getal dat je dan vindt is $1 \cdot i = i$. En i is dus het punt $(0, 1)$ op de y-as.

Vlugge Vraag

Waaraan is i^2 dus gelijk ...?

Om deze 'oplossing' van het probleem een nieuw 'getal' te noemen was veel durf nodig.

Vandaag worden deze nieuwe 'complexe' getallen gebruikt bij het programmeren van computergames, bij het berekenen van elektronische schakelingen en in de kwantummechanica.