Optellen en vermenigvuldigen

Optelling en vermenigvuldiging van complexe getallen volgen uit de gebruikelijke rekenregels. Door gebruik te maken van de rekenregel $i^2 = -1$ kan een complex getal telkens geschreven worden in de standaardvorm $a + bi$.

Definitie 1 (Som en product)**.** Voor reële getallen a, b, c, d geldt door uitwerken en $i^2 = -1$ dat

$$\boxed{(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i}$$

$$\boxed{(1 + 2i) + (3 + 4i) = (1 + 3) + (2 + 4)i = 4 + 6i}$$

$$\boxed{\begin{aligned}(a + bi) \cdot (c + di) &= ac + adi + bci + bdi^2\\ &= (ac - bd) + (ad + bc)i\end{aligned}}$$

$$\boxed{\begin{aligned}(1 + 2i) \cdot (3 + 4i) &= 1 \cdot 3 + 1 \cdot 4i + 2 \cdot 3i + 2 \cdot 4i^2\\ &= (3 - 8) + (4 + 6)i\\ &= -5 + 10i\end{aligned}}$$

Voorbeeld 1.

1. $(2 - 4i) + (3 + 5i) = 5 + i$

$(2-4i)+(3+5i) = 2-4i+3+5i = 2+3-4i+5i = 5+i$

2. $(3 + i) - (1 - 2i) = 2 + 3i$

$(3+i)-(1-2i) = 3+i-1+2i = 3-1+i+2i = 2+3i$

3. $(3 + i) \cdot (1 - 2i) = 5 - 5i$

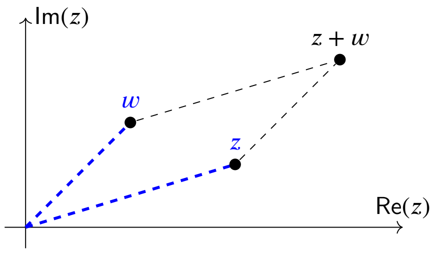
$(3+i)\cdot(1-2i) = 3\cdot 1+3\cdot(-2i)+i\cdot 1+i\cdot(-2i) = 3-6i+i-2i^2$
$= 3 - 5i - 2 \cdot (-1) = 3 - 5i + 2 = 5 - 5i$

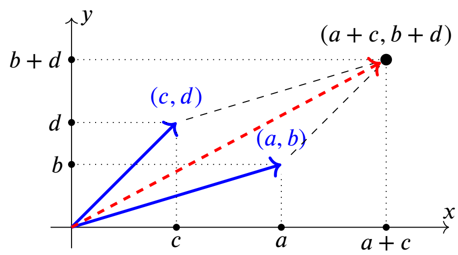
4. $(1 - i) + (2 + i) = 3$

5. $(-3 + 2i) + (3 + 5i) = 7i$

6. $(-3 + 2i)i = -2 - 3i$

De som van complexe getallen komt overeen met de som vectoren via de parallellogramregel:





Net zoals bij de reële getallen spreken we ook van het **tegengestelde** $-z = -(a + bi) = -a - bi$.

De vermenigvuldiging heeft een wat ingewikkeldere meetkundige interpretatie die elders wordt uitgelegd.

Oefening 1.

1. $(1 + 2i) \cdot (1 - 2i) = 5$

Uitwerking:

Haakjes uitwerken, of eenvoudiger via $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ wat ook geldt voor complexe getallen:

$$(1 + 2i) \cdot (1 - 2i) = 1^2 - (2i)^2 = 1 + 4 = 5$$

2. $(1 + 2i) \cdot \dfrac{1 - 2i}{2} = \dfrac{5}{2}$

3. $(1 + 2i) \cdot i = -2 + i$

4. $i^4 = 1$

Uitwerking: $i^4 = i^2 \cdot i^2 = (-1) \cdot (-1) = 1$ of $i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$