

## Rekenen met breuken

Deze pagina geeft een overzicht van de rekenregels voor breuken. De focus ligt op rekenvaardigheid. Voor meer nauwkeurige en theoretische bespreking verwijzen we door naar een handboek.

### Definitie 1.

Een **breuk** is een uitdrukking van de vorm  $\frac{a}{b}$ , met  $a, b \in \mathbb{R}$  en  $b \neq 0$ .

We noemen  $a$  de **teller** en  $b$  de **noemer**. Zodra de noemers verschillend zijn van 0, geldt:

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{c}{d}} \iff \boxed{ad = bc} \quad \text{gelijkheid van breuken}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{ad + cb}{bd} \quad \text{optelling}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad \text{vermenigvuldiging}$$

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \text{deling}$$

Uit deze definities volgen enkele belangrijke rekenregels:

### Eigenschap 1.

$$\frac{a \cdot c}{a \cdot d} = \frac{\cancel{a} \cdot c}{\cancel{a} \cdot d} = \frac{c}{d} \quad \text{(gemeenschappelijke factor } a \text{ wegdelen)}$$

$$\frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{a \cdot d} \quad \text{(met factor } a \text{ vermenigvuldigen)}$$

$$a \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{d} \quad \text{(getal maal breuk)}$$

$$\frac{a \cdot c}{d} = a \cdot \frac{c}{d} \quad \text{(factor uit teller halen)}$$

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b} \quad \text{(breuken optellen, gelijke noemers)}$$

$$\frac{a + c}{b} = \frac{a}{b} + \frac{c}{b} \quad \text{(som in teller splitsen)}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad \text{(breuk gedeeld door breuk is maal omgekeerde)}$$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{b}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} = \frac{a}{c} \quad \text{(gelijke noemer } \frac{1}{b} \text{ wegdelen)}$$

## Rekenen met breuken

$$\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{b \cdot c} \quad (\text{breuk gedeeld door getal is maal in noemer})$$

$$\frac{a}{\frac{c}{d}} = a \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{c} \quad (\text{getal gedeeld door breuk is maal omgekeerde})$$

Er zijn ook enkele minder voor de hand liggende operaties mogelijk die in oefeningen vaak handig blijken:

**Eigenschap 2.** Je kan altijd

$$a + c = d \cdot \left( \frac{a}{d} + \frac{c}{d} \right) \quad \text{een niet bestaande factor buiten haakjes brengen.}$$

$$a = \frac{a}{1} = \frac{1}{\frac{1}{a}} \quad \text{van 'geen breuk' toch een breuk maken.}$$

$$a \cdot b = \frac{a}{\frac{1}{b}} \quad \text{van een product een breuk maken.}$$

$$\frac{a}{b} = a \cdot \frac{1}{b} \quad \text{van een breuk een product maken.}$$

Bij het rekenen met breuken zijn er enkele foutieve operaties die voor leerlingen soms erg aantrekkelijk zijn. Doe jezelf (en je leerkracht...) een plezier en overtuig jezelf dat de volgende uitdrukkingen verkeerd zijn.

**Opmerking 1.** In het algemeen geldt niet:

$$\frac{\frac{a}{b+c} \cdot \frac{a}{b} + \frac{a}{c}}{\frac{a}{a+1} \cdot \frac{a}{a+1} + \frac{1}{1+1}} = \frac{1}{2}$$

**Oefening 1.** Schrijf als een zo eenvoudig mogelijke breuk. Veronderstel dat alle uitdrukkingen bestaan.

$$1. \frac{x-2}{2} - \frac{x-1}{2} = \dots\dots$$

$$2. \frac{x}{2} + \frac{x}{2} = \dots\dots$$

$$3. \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \dots\dots$$

$$4. \frac{x}{3} - \frac{1}{3} = \dots\dots$$

$$5. \frac{1}{x} + 1 = \dots\dots$$

$$6. 1 + \frac{1}{x+1} = \dots\dots$$

$$7. x + \frac{1}{x} = \dots\dots$$

$$8. \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \dots\dots$$