Wiskunde Op Maat

WISKUNDE.OPMAAT.ORG

# Rekenvaardigheden: Complexe getallen

(Versie 2025/03/04.58)

# Inhoudsopgave

## 1.1 Complexe getallen voorstelllen in het complexe vlak

**Oefening 1.1.1.** Gegeven zijn volgende complexe getallen. Bereken.

- $z_1 = 3 + 4i$
- $z_2 = -2 + i$
- $z_3 = 3$
- $z_4 = -1 - 3i$

1. $z_1 + z_4 =$
2. $z_2 \cdot z_1 =$
3. $z_3 - z_4 =$
4. $z_4 \cdot z_4 =$
5. $\frac{z_2}{z_1} =$
6. $z_3 + z_2 =$
7. $\frac{z_2}{z_2} =$
8. $z_2 \cdot z_3 =$
9. $\frac{z_1}{z_3} =$
10. $\frac{z_1}{z_2} =$

## 1.2 Complexe getallen voorstelllen in het compexe vlak

**Oefening 1.2.1.** Stel devolgende getallen voor in het complexe vlak.

- $3 + 2i$
- $-3 + 2i$
- $0$
- $5 - 2i$
- $-1 - i$
- $1 - i$
- $4$
- $4i$
- $-4$
- $2 - 5i$

**Oefening 1.2.2.** Stel devolgende getallen voor in het complexe vlak.

- $3 + 4i$
- $-2 + i$
- $-1 - 3i$
- $-7i$
- $7 + 2i$
- $-4 + 5i$
- $1 + 6i$
- $-3i$
- $-3 + 7i$
- $4 - 2i$

## 1.3 Complexe getallen voorstelllen in het compexe vlak

**Oefening 1.3.1.**

**1.** $z_1 = 3+4i$ Polaire vorm: $5\left(\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right)+i\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right)\right)$

**2.** $z_2 = 5\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ Cartesische vorm: $3+4i$

**3.** $z_3 = -2+i$ Polaire vorm: $\sqrt{5}\left(\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)\right)+i\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)\right)\right)$

**4.** $z_4 = \sqrt{5}\left(\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)\right)+i\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)\right)\right)$ Cartesische vorm: $-2+i$

**5.** $z_5 = 5$ Polaire vorm: $5\left(\cos(0)+i\sin(0)\right)$

**6.** $z_6 = 5\left(\cos(0)+i\sin(0)\right)$ Cartesische vorm: $5$

**7.** $z_7 = -3-4i$ Polaire vorm: $5\left(\cos(\pi+\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right))+i\sin(\pi+\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right))\right)$

**8.** $z_8 = 5\left(\cos\left(\pi+\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right)+i\sin\left(\pi+\tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right)\right)$ Cartesische vorm: $-3-4i$

**9.** $z_9 = 2-2i$ Polaire vorm: $2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right)$

**10.** $z_10 = 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right)$ Cartesische vorm: $2-2i$

**Oefening 1.3.2.**

**1.** $z_1 = 1+i$ Polaire vorm: $\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$

**2.** $z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ Cartesische vorm: $1+i$

**3.** $z_3 = -1$ Polaire vorm: $1\left(\cos(\pi)+i\sin(\pi)\right)$

**4.** $z_4 = 1\left(\cos(\pi)+i\sin(\pi)\right)$ Cartesische vorm: $-1$

**5.** $z_5 = 0+5i$ Polaire vorm: $5\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$

**6.** $z_6 = 5\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ Cartesische vorm: $0+5i$

**7.** $z_7 = -4+0i$ Polaire vorm: $4\left(\cos(\pi)+i\sin(\pi)\right)$

**8.** $z_8 = 4\left(\cos(\pi)+i\sin(\pi)\right)$ Cartesische vorm: $-4+0i$

**9.** $z_9 = 3i$ Polaire vorm: $3\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$

**10.** $z_10 = 3\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ Cartesische vorm: $3i$

**Oefening 1.3.3.**

**1.** $z_1 = 4+0i$ Polaire vorm: $4\left(\cos(0)+i\sin(0)\right)$

2. $z_2 = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ Cartesische vorm: $0 + 2i$
3. $z_3 = 0 + 2i$ Polaire vorm: $2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$
4. $z_4 = 4\left(\cos(0) + i\sin(0)\right)$ Cartesische vorm: $4 + 0i$
5. $z_5 = -2 - 3i$ Polaire vorm: $\sqrt{13}\left(\cos(\pi + \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)) + i\sin(\pi + \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right))\right)$
6. $z_6 = \sqrt{13}\left(\cos\left(\pi + \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)\right) + i\sin\left(\pi + \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)\right)\right)$ Cartesische vorm: $-2-3i$
7. $z_7 = 1 - 3i$ Polaire vorm: $\sqrt{10}\left(\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{-3}{1}\right)\right) + i\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{-3}{1}\right)\right)\right)$
8. $z_8 = \sqrt{10}\left(\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{-3}{1}\right)\right) + i\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{-3}{1}\right)\right)\right)$ Cartesische vorm: $1 - 3i$
9. $z_9 = 2 + 0i$ Polaire vorm: $2\left(\cos(0) + i\sin(0)\right)$
10. $z_10 = 2\left(\cos(0) + i\sin(0)\right)$ Cartesische vorm: $2 + 0i$

**Oefening 1.3.4.**

1. $z_1 = -1 + 0i$ Polaire vorm: $1\left(\cos(\pi) + i\sin(\pi)\right)$
2. $z_2 = \sqrt{20}\left(\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{2}{-4}\right)\right) + i\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{2}{-4}\right)\right)\right)$ Cartesische vorm: $-4+2i$
3. $z_3 = -4 + 2i$ Polaire vorm: $\sqrt{20}\left(\cos(\tan^{-1}\left(\frac{2}{-4}\right)) + i\sin(\tan^{-1}\left(\frac{2}{-4}\right))\right)$
4. $z_4 = 1\left(\cos(\pi) + i\sin(\pi)\right)$ Cartesische vorm: $-1+0i$
5. $z_5 = 0 + 4i$ Polaire vorm: $4\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$
6. $z_6 = 4\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ Cartesische vorm: $0 + 4i$
7. $z_7 = 3 + 0i$ Polaire vorm: $3\left(\cos(0) + i\sin(0)\right)$
8. $z_8 = 3\left(\cos(0) + i\sin(0)\right)$ Cartesische vorm: $3 + 0i$
9. $z_9 = -5 + 5i$ Polaire vorm: $5\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right)$
10. $z_10 = 5\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right)$ Cartesische vorm: $-5+5i$

## 1.4 Kwadratische vergelijkingen oplossen in de complexe getallen

**Eigenschap 1.4.1.**

Een (reële) tweedegraadsvergelijking van de vorm $ax^2 + bx + c$, met $a, b, c \in \mathbb{R}$ en $a \neq 0$ heeft altijd twee complex toegevoegde oplossingen, namelijk

$$\boxed{x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \text{ en } \boxed{x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

die echter samenvallen als $b^2 - 4ac = 0$, en dan gelijk worden aan $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$.

**Oefening 1.4.1.**

1. De wortels van $x^2 + 4x + 5 = 0$ zijn $-2 + i$ en $-2 - i$
2. De wortels van $x^2 - 6x + 10 = 0$ zijn $3 + i$ en $3 - i$
3. De wortels van $-2x^2 + 4x + 8$ zijn $-2$ en $4$
4. De wortels van $x^2 + 2x + 2 = 0$ zijn $-1 + i$ en $-1 - i$
5. De wortels van $3x^2 - 6x + 3$ zijn $1$ (dubbele wortel)
6. De wortels van $3x^2 - 6x + 7 = 0$ zijn $1 + \dfrac{2i}{\sqrt{3}}$ en $1 - \dfrac{2i}{\sqrt{3}}$
7. De wortels van $5x^2 + 10x + 15 = 0$ zijn $-1 + i$ en $-1 - i$
8. De wortels van $4x^2 + 4x + 5 = 0$ zijn $-\dfrac{1}{2} + i$ en $-\dfrac{1}{2} - i$
9. De wortels van $x^2 - 8x + 20 = 0$ zijn $4 + 2i$ en $4 - 2i$
10. De wortels van $x^2 - 4x + 3$ zijn $1$ en $3$

**Oefening 1.4.2.**

1. De wortels van $2x^2 + 4x + 5 = 0$ zijn $-1 + i$ en $-1 - i$
2. De wortels van $2x^2 + 5x + 2$ zijn $-\dfrac{1}{2}$ en $-2$
3. De wortels van $2x^2 + 6x + 10 = 0$ zijn $-1.5 + i$ en $-1.5 - i$
4. De wortels van $3x^2 + 9x + 15 = 0$ zijn $-\dfrac{3}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ en $-\dfrac{3}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
5. De wortels van $x^2 + 6x + 10 = 0$ zijn $-3 + i$ en $-3 - i$
6. De wortels van $x^2 + 2x - 8$ zijn $-4$ en $2$
7. De wortels van $2x^2 - 4x + 6 = 0$ zijn $1 + i$ en $1 - i$
8. De wortels van $3x^2 + 12x + 20 = 0$ zijn $-2 + \dfrac{2i}{\sqrt{3}}$ en $-2 - \dfrac{2i}{\sqrt{3}}$
9. De wortels van $4x^2 + 8x + 18 = 0$ zijn $-1 + \dfrac{\sqrt{2}i}{2}$ en $-1 - \dfrac{\sqrt{2}i}{2}$

## 1.4 Kwadratische vergelijkingen oplossen in de complexe getallen

**10.** De wortels van $x^2 + 4x + 8 = 0$ zijn $-2 + i$ en $-2 - i$