Wiskunde Op Maat

WISKUNDE.OPMAAT.ORG

Rekenvaardigheden: Complexe getallen

(Versie 2025/03/04H.58)

Inhoudsopgave

1.1 Complexe getallen voorstelllen in het complexe vlak

Oefening 1.1.1. Gegeven zijn volgende complexe getallen. Bereken.

- $z_1 = 3 + 4i$
- $z_2 = -2 + i$
- $z_3 = 3$
- $z_4 = -1 - 3i$

1. $z_1 + z_4 = \dots\dots$

2. $z_2 \cdot z_1 = \dots\dots$

3. $z_3 - z_4 = \dots\dots$

4. $z_4 \cdot z_4 = \dots\dots$

5. $\frac{z_2}{z_1} = \dots\dots$

6. $z_3 + z_2 = \dots\dots$

7. $\frac{z_2}{z_2} = \dots\dots$

8. $z_2 \cdot z_3 = \dots\dots$

9. $\frac{z_1}{z_3} = \dots\dots$

10. $\frac{z_1}{z_2} = \dots\dots$

1.2 Complexe getallen voorstelllen in het compexe vlak

Oefening 1.2.1. Stel devolgende getallen voor in het complexe vlak.

- $3 + 2i$
- $-3 + 2i$
- 0
- $5 - 2i$
- $-1 - i$
- $1 - i$
- 4
- $4i$
- -4
- $2 - 5i$

Oefening 1.2.2. Stel devolgende getallen voor in het complexe vlak.

- $3 + 4i$
- $-2 + i$
- $-1 - 3i$
- $-7i$
- $7 + 2i$
- $-4 + 5i$
- $1 + 6i$
- $-3i$
- $-3 + 7i$
- $4 - 2i$

1.3 Complexe getallen voorstelllen in het compexe vlak

Oefening 1.3.1.

1. $z_1 = 3 + 4i$ ……

2. $z_2 = 5\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ ……

3. $z_3 = -2 + i$ ……

4. $z_4 = \sqrt{5}\left(\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)\right) + i\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right)\right)\right)$ ……

5. $z_5 = 5$ ……

6. $z_6 = 5\left(\cos(0) + i\sin(0)\right)$ ……

7. $z_7 = -3 - 4i$ ……

8. $z_8 = 5\left(\cos\left(\pi + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right) + i\sin\left(\pi + \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)\right)\right)$ ……

9. $z_9 = 2 - 2i$ ……

10. $z_10 = 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{-\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-\pi}{4}\right)\right)$ ……

Oefening 1.3.2.

1. $z_1 = 1 + i$ ……

2. $z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ ……

3. $z_3 = -1$ ……

4. $z_4 = 1\left(\cos(\pi) + i\sin(\pi)\right)$ ……

5. $z_5 = 0 + 5i$ ……

6. $z_6 = 5\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ ……

7. $z_7 = -4 + 0i$ ……

8. $z_8 = 4\left(\cos(\pi) + i\sin(\pi)\right)$ ……

9. $z_9 = 3i$ ……

10. $z_10 = 3\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ ……

Oefening 1.3.3.

1. $z_1 = 4 + 0i$ ……

2. $z_2 = 2\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ ……

3. $z_3 = 0 + 2i$ ……

4. $z_4 = 4\left(\cos(0) + i\sin(0)\right)$ ……

5. $z_5 = -2 - 3i$ ……

1.3 Complexe getallen voorstelllen in het compexe vlak

6. $z_6 = \sqrt{13}\left(\cos\left(\pi + \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)\right) + i\sin\left(\pi + \tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)\right)\right)$ ……
7. $z_7 = 1 - 3i$ ……
8. $z_8 = \sqrt{10}\left(\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{-3}{1}\right)\right) + i\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{-3}{1}\right)\right)\right)$ ……
9. $z_9 = 2 + 0i$ ……
10. $z_10 = 2\left(\cos(0) + i\sin(0)\right)$ ……

Oefening 1.3.4.

1. $z_1 = -1 + 0i$ ……
2. $z_2 = \sqrt{20}\left(\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{2}{-4}\right)\right) + i\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{2}{-4}\right)\right)\right)$ ……
3. $z_3 = -4 + 2i$ ……
4. $z_4 = 1\left(\cos(\pi) + i\sin(\pi)\right)$ ……
5. $z_5 = 0 + 4i$ ……
6. $z_6 = 4\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ ……
7. $z_7 = 3 + 0i$ ……
8. $z_8 = 3\left(\cos(0) + i\sin(0)\right)$ ……
9. $z_9 = -5 + 5i$ ……
10. $z_10 = 5\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)\right)$ ……

1.4 Kwadratische vergelijkingen oplossen in de complexe getallen

Eigenschap 1.4.1.

Een (reële) tweedegraadsvergelijking van de vorm $ax^2 + bx + c$, met $a, b, c \in \mathbb{R}$ en $a \neq 0$ heeft altijd twee complex toegevoegde oplossingen, namelijk

$$\boxed{x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}} \text{ en } \boxed{x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

die echter samenvallen als $b^2 - 4ac = 0$, en dan gelijk worden aan $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$.

Oefening 1.4.1.

1. De wortels van $x^2 + 4x + 5 = 0$ zijn ......
2. De wortels van $x^2 - 6x + 10 = 0$ zijn ......
3. De wortels van $-2x^2 + 4x + 8$ zijn ......
4. De wortels van $x^2 + 2x + 2 = 0$ zijn ......
5. De wortels van $3x^2 - 6x + 3$ zijn ......
6. De wortels van $3x^2 - 6x + 7 = 0$ zijn ......
7. De wortels van $5x^2 + 10x + 15 = 0$ zijn ......
8. De wortels van $4x^2 + 4x + 5 = 0$ zijn ......
9. De wortels van $x^2 - 8x + 20 = 0$ zijn ......
10. De wortels van $x^2 - 4x + 3$ zijn ......

Oefening 1.4.2.

1. De wortels van $2x^2 + 4x + 5 = 0$ zijn ......
2. De wortels van $2x^2 + 5x + 2$ zijn ......
3. De wortels van $2x^2 + 6x + 10 = 0$ zijn ......
4. De wortels van $3x^2 + 9x + 15 = 0$ zijn ......
5. De wortels van $x^2 + 6x + 10 = 0$ zijn ......
6. De wortels van $x^2 + 2x - 8$ zijn ......
7. De wortels van $2x^2 - 4x + 6 = 0$ zijn ......
8. De wortels van $3x^2 + 12x + 20 = 0$ zijn ......
9. De wortels van $4x^2 + 8x + 18 = 0$ zijn ......
10. De wortels van $x^2 + 4x + 8 = 0$ zijn ......